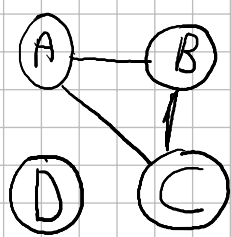


# Algoritmi 2

## - I Grafi

Un grafo è un insieme di elementi detti **nod**i o **vertici** che possono essere collegati fra di loro mediante dei collegamenti chiamati **archi**. In questo modo siamo in grado di rappresentare relazioni binarie fra oggetti.

### Esempio di grafo



dove:

i nodi sono  $V = \{A, B, C, D\}$

gli archi sono  $E = \{(A, B), (A, C), (B, C), (B, A), (C, A), (C, B)\}$

Vertex

da notare che c'è anche D nonostante non abbia archi collegati

Il grafo  $G = (V, E)$

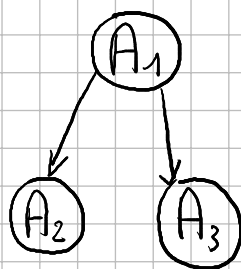
Edge, l'ordine dei valori nelle coppie è importante nei grafi orientati  $(A, C) \neq (C, A)$

Più formalmente possiamo dire che un arco  $e \in E \subseteq (V \times V)$ , ovvero una coppia di elementi.

### Tipi di grafi:

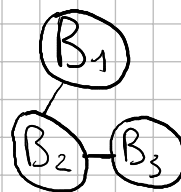
Esistono 2 tipi di grafi:

- Grafo orientato (directed)
- Grafo non orientato (undirected)



$V = \{A_1, A_2, A_3\}$

$E = \{(A_1, A_3), (A_1, A_2)\}$



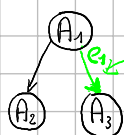
$V = \{B_1, B_2, B_3\}$

$E = \{(B_1, B_2), (B_2, B_1), (B_2, B_3), (B_3, B_2)\}$

### Definizioni:

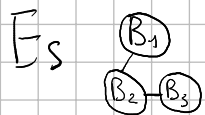
**Estremi di un arco**: i vertici connessi ad un arco

Es:



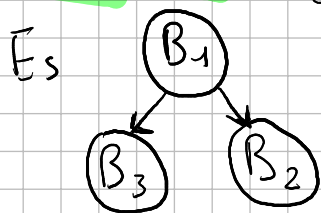
$e_1 = (A_1, A_3)$

**Incidente:** a cosa è collegato l'arco



L'arco  $(B_1, B_2)$  è incidente in  $B_1$  e  $B_2$

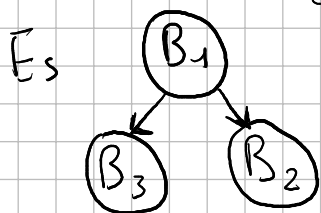
**Arco Entrante:** arco che "entra" in un nodo



$B_1$  non ha archi entranti;

$B_2$  ha un arco entrante

**Arco Usciente:** arco che "esce" da un nodo

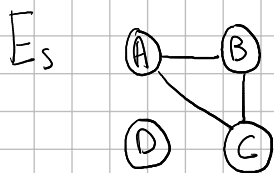


$B_1$  ha 2 archi uscenti;

$B_2$  non ha archi uscenti;

**Vicini:**

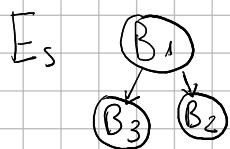
- grafo non orientato: nodi connessi da un arco



A ha B e C come vicini

D non ha vicini

- grafo orientato: sinonimo di arco usciente



$B_2$  e  $B_3$  sono vicini di  $B_1$

**Grado di un nodo:**

- non orientato: numero archi incidenti nel nodo

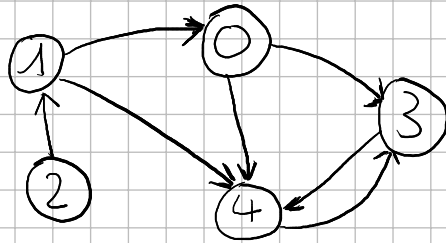


$$\delta(B) = 2$$

- orientato: esisto 3 gradi

- grado entrante ( $\delta_{in}$ ): num archi entranti in un nodo
- grado uscente ( $\delta_{out}$ ): num archi uscenti in un nodo
- grado:  $\delta_{in} + \delta_{out}$

Es:



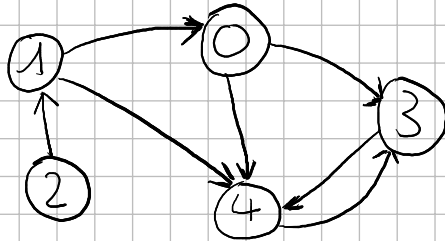
$$\delta_{in}(3) = 2$$

$$\delta_{out}(3) = 1$$

$$\delta = 2 + 1 = 3$$

Ordine del grafo: numero di nodi presenti nel grafo, ovvero  $|V|$ .  
Si indica con  $n$

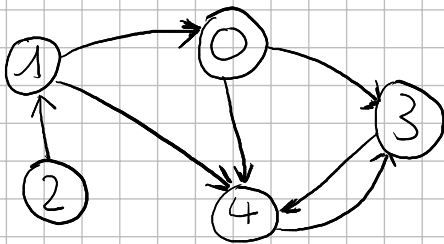
Es:



$$n(G) = 5$$

Numero di archi: si indica con  $m$

Es:



$$m(G) = 7$$

 caso che non contiamo

Formule:

- grafo orientato:  $0 \leq m \leq n(n-1)$

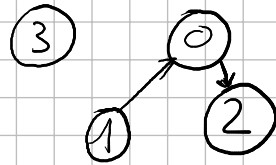
questo perché ogni nodo, escluso se stesso, può essere collegato a tutti gli altri nodi.

- grafo non orientato:  $0 \leq m \leq \frac{n(n-1)}{2}$

questo perché un arco non orientato conta come singolo arco, quindi formula di prima /2

Entrambi i casi sono  $\mathcal{O}(n^2)$

**Grafo Sperso**:  $G$  che ha  $\mathcal{O}(n)$  archi, in pratica quando  $m \leq n$   
Es

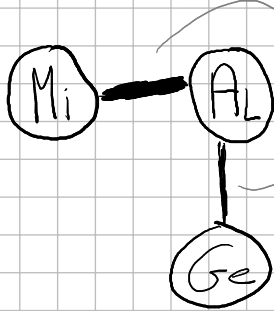


**Grafo Denso**:  $G$  che ha  $\mathcal{O}(n^2)$  archi

**Peso sugli archi**: esistono grafi nella quale oltre che rappresentare una relazione tra oggetti siamo in grado di rappresentare anche il peso che c'è tra questi 2 collegamenti.

Si introduce un peso  $w$  al grafo  $G = (V, E, w)$

Es: rete autostradale che collega delle città, il peso è il numero di corsie presenti.



L'arco tra milano ed alessandria è più pesante dell'arco tra alessandria e genova.