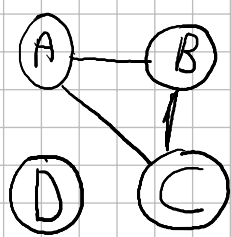


Algoritmi 2

- I Grafi

Un grafo è un insieme di elementi detti **nod**i o **vertici** che possono essere collegati fra di loro mediante dei collegamenti chiamati **archi**. In questo modo siamo in grado di rappresentare relazioni binarie fra oggetti.

Esempio di grafo



dove:

i nodi sono $V = \{A, B, C, D\}$

gli archi sono $E = \{(A, B), (A, C), (B, C), (B, A), (C, A), (C, B)\}$

Vertex

da notare che c'è anche D nonostante non abbia archi collegati

Il grafo $G = (V, E)$

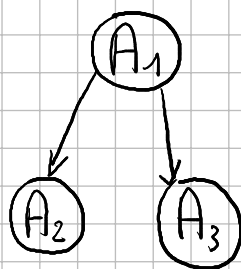
Edge, l'ordine dei valori nelle coppie è importante nei grafi orientati $(A, C) \neq (C, A)$

Più formalmente possiamo dire che un arco $e \in E \subseteq (V \times V)$, ovvero una coppia di elementi.

Tipi di grafi:

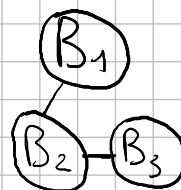
Esistono 2 tipi di grafi:

- Grafo orientato (directed)
- Grafo non orientato (undirected)



$V = \{A_1, A_2, A_3\}$

$E = \{(A_1, A_3), (A_1, A_2)\}$



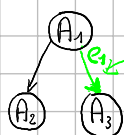
$V = \{B_1, B_2, B_3\}$

$E = \{(B_1, B_2), (B_2, B_1), (B_2, B_3), (B_3, B_2)\}$

Definizioni:

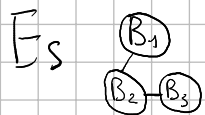
Estremi di un arco: i vertici connessi ad un arco

Es:



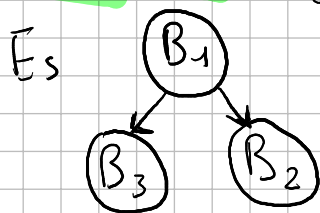
$e_1 = (A_1, A_3)$

Incidente: a cosa è collegato l'arco



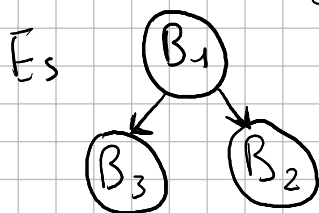
L'arco (B_1, B_2) è incidente in B_1 e B_2

Arco Entrante: arco che "entra" in un nodo



B_1 non ha archi entranti;
 B_2 ha un arco entrante

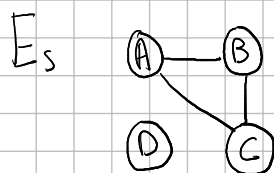
Arco Usciente: arco che "esce" da un nodo



B_1 ha 2 archi uscenti;
 B_2 non ha archi uscenti

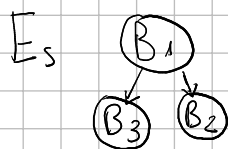
Vicini:

- grafo non orientato: nodi connessi da un arco



A ha B e C come vicini
D non ha vicini

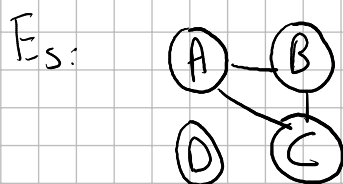
- grafo orientato: sinonimo di arco uscente



B_2 e B_3 sono vicini di B_1
 B_1 non ha vicini

Grado di un nodo:

- non orientato: numero archi incidenti nel nodo

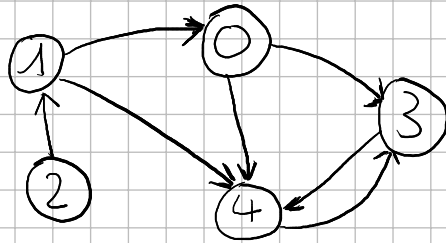


$$\delta(B) = 2$$

- orientato: esisto 3 gradi

- grado entrante (δ_{in}): num archi entranti in un nodo
- grado uscente (δ_{out}): num archi uscenti in un nodo
- grado: $\delta_{in} + \delta_{out}$

Es:



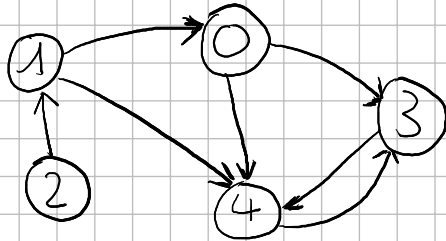
$$\delta_{in}(3) = 2$$

$$\delta_{out}(3) = 1$$

$$\delta = 2 + 1 = 3$$

Ordine del grafo: numero di nodi presenti nel grafo, ovvero $|V|$.
Si indica con n

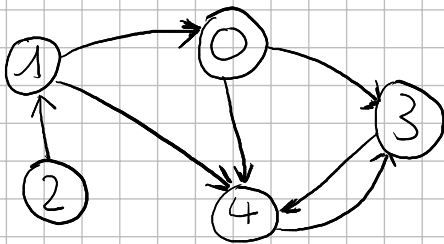
Es:



$$n(G) = 5$$

Numero di archi: si indica con m

Es:



$$m(G) = 7$$

 caso che non contiamo

Formule:

- grafo orientato: $0 \leq m \leq n(n-1)$

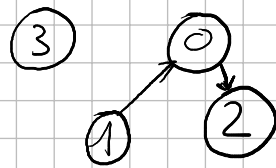
questo perché ogni nodo, escluso se stesso, può essere collegato a tutti gli altri nodi.

- grafo non orientato: $0 \leq m \leq \frac{n(n-1)}{2}$

questo perché un arco non orientato conta come singolo arco, quindi formula di prima /2

Entrambi i casi sono $\mathcal{O}(n^2)$

Grafo Sperso: G che ha $\mathcal{O}(n)$ archi, in pratica quando $m \leq n$

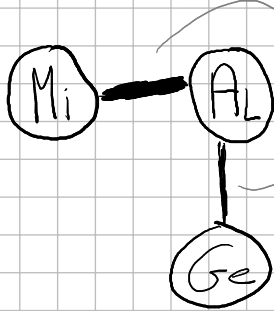


Grafo Denso: G che ha $\mathcal{O}(n^2)$ archi

Peso sugli archi: esistono grafi nella quale oltre che rappresentare una relazione tra oggetti siamo in grado di rappresentare anche il peso che c'è tra questi 2 collegamenti.

Si introduce un peso w al grafo $G = (V, E, w)$

Es: rete autostradale che collega delle città, il peso è il numero di corsie presenti.



L'arco tra milano ed alessandria è più pesante dell'arco tra alessandria e genova.