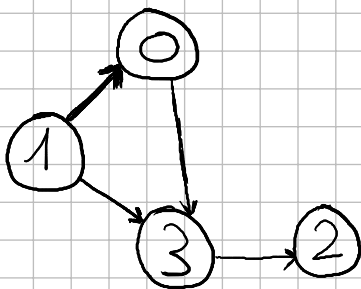


Come si rappresenta un grafo?

Esistono 3 modi per rappresentare i grafi:

- Elenco di Archi
- Matrice di Adiacenza
- Lista di Adiacenza

Elenco di Archi



num archi:

4

$(1,0)$
 $(1,3)$
 $(0,3)$
 $(3,2)$

per realizzare questa rappresentazione
potresti fare un array di
struct, tipo:

```
{  
    arco uscente: x  
    arco entrante: y  
}
```

In generale hai:

n

(v_1, v_1)

(v_2, v_2)

...

(v_n, v_n)

Costo operazioni:

esiste l'arco (u,v) ? $O(m)$ perché devi scorrere tutti gli archi

quali sono i vicini di un nodo v ? $O(m)$ // vicina di 3? 2

$\Delta_{out}(v)$? $O(m)$

$\Delta_{in}(v)$? $O(m)$

$\Delta(v)$? $O(m)$

Aggiunta di un arco (u,v) ? $O(1)$

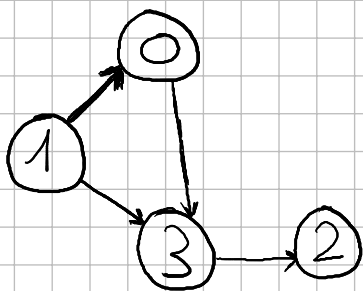
Eliminazione di un arco (u,v) ? $O(m)$ // bisogna prima trovare l'arco

Contare num archi $(|E|)$? $O(m)$

Queste operazioni risultano costose in tempo perché prima bisogna trovare l'arco o nodo interessato.

Costo in spazio: $O(m)$

Matrice di Adiacenza



	0	1	2	3
0	0	0	0	1
1	1	0	0	1
2	0	0	0	0
3	0	0	1	0

righe = archi uscenti

colonne = archi entranti

	0	1	2	3
0	0	0	0	1
1	1	0	0	1
2	0	0	0	0
3	0	0	1	0

↑
sempre zero su
questa diagonale
perché
non esiste

Matrice di dimensione $n \times n$

num nodi \times num nodi

Costo operazioni:

esiste l'arco (u,v) ? $O(1)$ // basta fare accesso posizionale

quali sono i vicini di un nodo v ? $O(n)$ // Scorro colonna del nodo
avere n invece
che n è ottimo, soprattutto
se il grafo è denso

$\delta_{out}(v)$? $O(n)$

$\delta_{in}(v)$? $O(n)$

$\delta(v)$? $O(n)$

Aggiunta di un arco (u,v) ? $O(1)$

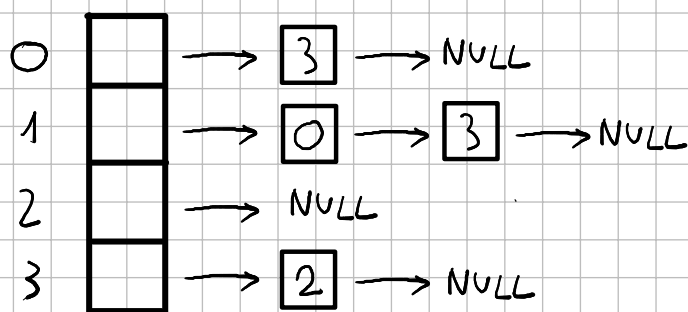
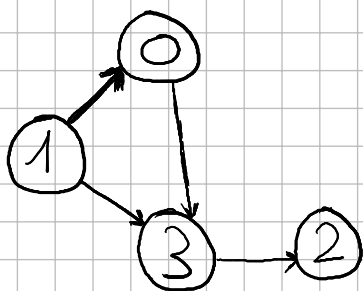
Eliminazione di un arco (u,v) ? $O(1)$

Contare num archi $(|E|)$? $O(n^2)$ // unico caso in cui scorro
tutta la matrice

Confronto all'elenco di archi abbiamo un netto miglioramento,
dato che è sempre meglio avere costi nell'ordine di n e non di m ,
soprattutto se un grafo è denso.

Costo in Spazio: $O(n^2)$ \rightarrow questo costo è fisso, anche
se il grafo non ha archi.

Lista di Adiacenza



Gli elementi della lista sono gli archi uscenti del rispettivo nodo.

Costo operazioni:

esiste l'arco (u,v) ? $O(\sum_{out}(u))$ // questo è dovuto dal fatto che la dim della lista di un nodo è uguale al grado uscente (\sum_{out})

quali sono i vicini di un nodo v ? $O(\sum_{out}(v))$

$\sum_{out}(u)$? $O(\sum_{out}(u))$ // significa che per sapere il grado uscente di un nodo devi scorrere tutta la lista, che ha dimensione $\sum_{out}(u)$

$\sum_{in}(u)$? $O(n+m)$ // perché devi scorrere tutte le liste di ogni nodo

$\delta(u)$? $O(n+m)$

Aggiunta di un arco (u,v) ? $O(1)$ // head insert

Eliminazione di un arco (u,v) ? $O(\sum_{out}(u))$

Contare num archi $(|E|)$? $O(n+m)$

Costo Spazio: $O(n+m)$ // se grafo sparso lista meglio di matrice

se grafo denso lista praticamente uguale alla matrice
però nella matrice le operazioni costano meno

Quando conviene una rappresentazione rispetto ad un'altra?

L'elenco di archi non conviene praticamente mai, l'unico vantaggio è il costo in spazio ridotto.

La matrice di adiacenza ha costi ottimi per le operazioni, ma è onerosa in termini di spazio.

La lista di adiacenza è un mix bilanciato, perché se il grafo non è particolarmente denso $\text{Spazio}(u)$ è un buon costo, ma se il grafo è denso $\text{Spazio}(u)$ tende a $n+m$, quindi peggiore rispetto alla matrice.

Per la complessità in spazio vale la stessa cosa.

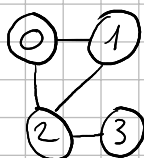
Tutto molto bello, ma i grafi non ordinati?

Anche per i grafi non ordinati si possono usare queste 3

rappresentazioni, semplicemente duplichi gli archi, scrivendoli da entrambi i versi. I costi ovviamente non variano.

Esempio

Elenco di archi:

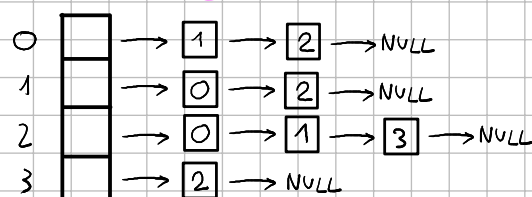


8
(0,1)
(1,0)
(0,2)
(2,0)
(1,2)
(2,1)
(2,3)
(3,2)

Matrice di adiacenza:

	0	1	2	3
0	0	1	1	0
1	1	0	1	0
2	1	1	0	1
3	0	0	1	0

Lista di adiacenza:

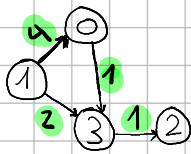


Se noti è una matrice simmetrica.

E per i pesi?

- elenco di archi: si aggiunge un parametro

Es:

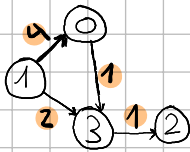


4
(1,0,4)
(1,3,2)
(0,3,1)
(3,2,1)

pesi

- matrice di adiacenza: invece di mettere 1 si mette il peso.

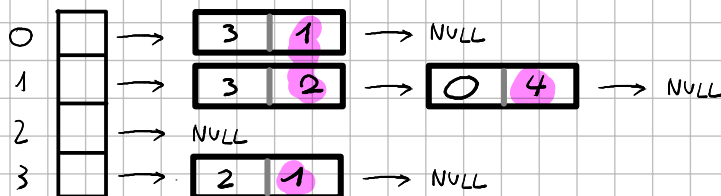
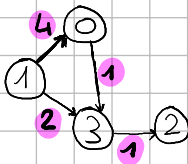
Es:



	0	1	2	3
0	0	0	0	1
1	4	0	0	2
2	0	0	0	0
3	0	0	1	0

- lista di adiacenza: invece di mettere il numero del nodo metto una struct con nodo+peso.

Es:



Esiste un quarto modo per rappresentare i grafi, ovvero le liste di incidenza.

Si salvano gli archi invece che i nodi.

Es:

